

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Prof. G. De Nicolao

Prova in itinere - 20 Aprile 2011

Cognome **Nome**.....
Matricola **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli aggiuntivi, al termine della prova.

| |
|----|
| 1. |
| 2. |
| 3. |
| 4. |

1. Si considerino delle V.C. i.i.d $X_i, i = 1, \dots, n$, con $E[X_i] = m, Var[X_i] = \sigma^2$.

- Enunciare il Teorema Centrale del Limite.

- Sia \bar{X} la media campionaria di $X_i, i = 1, \dots, n$. Dimostrare, riportando i passaggi, che al crescere di $n, \bar{X} \sim N(m, \sigma^2/n)$.

2. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) Sia X il risultato di un dado onesto. Allora, gli eventi $A = \{X \geq 4\}$ e $B = \{X \leq 3\}$ sono indipendenti.

(b) Ho una moneta onesta con $P(T) = 0.5$ ed un truccata con $P(T) = 1$. Scelta una moneta a caso, la lancio ed esce T . La probabilità che sia quella onesta è $1/4$.

(c) Si considerino delle prove di Bernoulli con $p = 0.5$. La probabilità di ottenere due successi su 3 tentativi è pari a $3/8$.

(d) Data una V.C. X con ddp a triangolo (isoscele) in $[0, 2]$, risulta $Var[X] = 1/6$.

(e) Sia $Y = aX + b$, con $a < 0$. Allora, $F_Y(y) = F_X(\frac{y-b}{a})$.

(f) Siano X, Y due V.C. congiunte. Allora $P(X \leq a, Y \leq b) = F_{XY}(a, b)$.

(g) Siano X, Y due V.C. i.i.d. di tipo esponenziale. Allora, $Var[X - Y] = 2Var[X]$.

(h) Se $Var[X + Y] < Var[X] + Var[Y]$, allora X e Y non sono incorrelate..

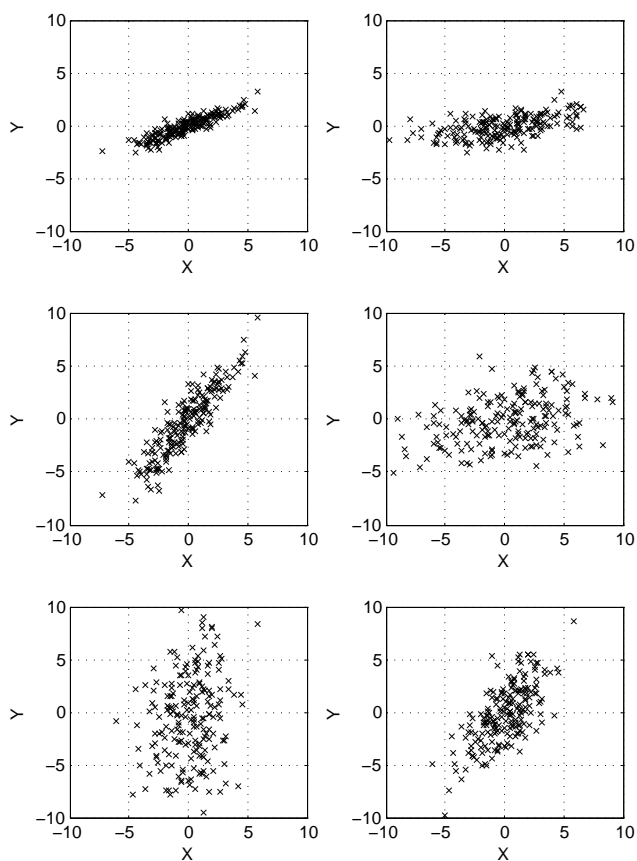
(i) Siano $X_i, i = 1, \dots, n$ delle V.C. i.i.d. con $\sigma^2 = Var[X_i]$. Allora, la deviazione standard della media campionaria è pari a σ/n ..

(j) Siano X, Y due V.C. identicamente distribuite con $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$. Allora, $Var[Y + X] \leq 2\sigma^2$.

3. Date due V.C. V e W gaussiane standard indipendenti, si considerino le seguenti alternative per la definizione di X e Y :

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| 1. $X = V + 2W$ $Y = 3W$ | 2. $X = 2V$ $Y = 2V + 2W$ | 3. $X = 4V$ $Y = V + 2W$ |
| 4. $X = V + 2W$ $Y = W$ | 5. $X = 3V + 2W$ $Y = W$ | 6. $X = 2V$ $Y = V + 4W$ |

Scrivere sopra gli scatter plot il numero della scelta corretta.



4. Date due V.C. i.i.d. U e V uniformi in $[0,1]$, si considerino le seguenti alternative per la definizione di Y :

- | | | |
|---------------------|--------------------|------------------|
| 1. $Y = 2 + U + 2V$ | 2. $Y = U - 2V$ | 3. $Y = U - V$ |
| 4. $Y = 2 + 2U - V$ | 5. $Y = 2 + U - V$ | 6. $Y = -2U - V$ |

Scrivere sopra i grafici della ddp di Y il numero della scelta corretta.

