

# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Prof. G. De Nicolao

Prova in itinere - 20 Novembre 2015

**Cognome** ..... **Nome**.....

**Matricola** ..... **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. (a) Siano dati uno spazio degli esiti  $\mathcal{S}$ , avente cardinalità finita, e l'insieme degli eventi  $\mathcal{F}$ . Enunciare gli assiomi della probabilità.

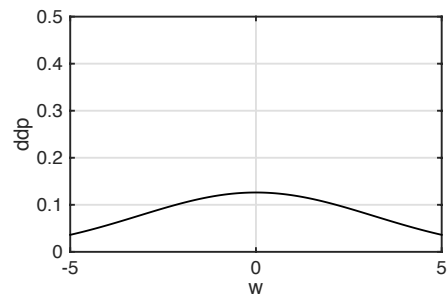
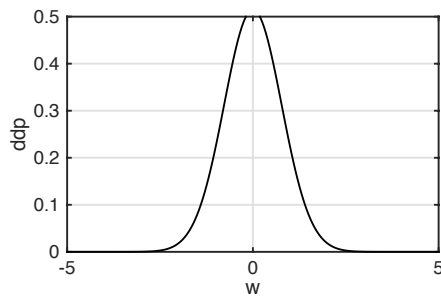
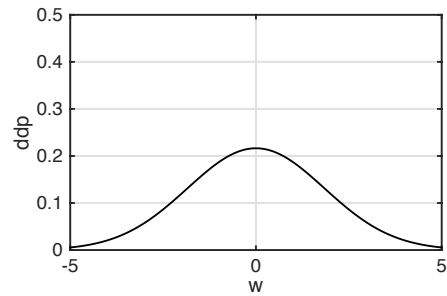
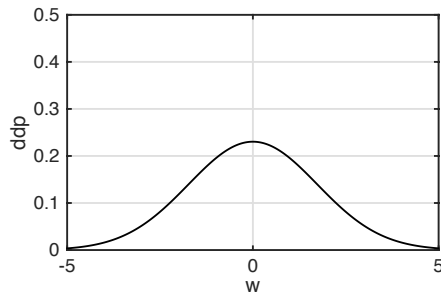
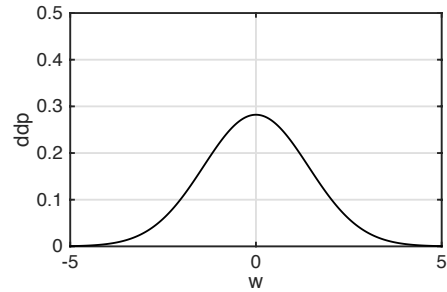
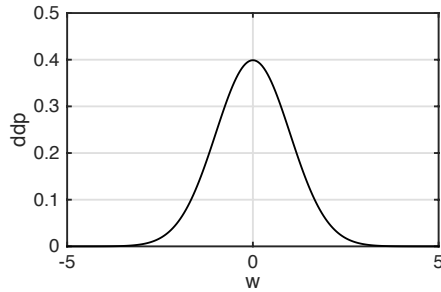
(b) Si consideri ora il caso in cui l'insieme  $\mathcal{S}$  ha cardinalità infinita. Si enunci l'assioma di additività completa.

(c) Si consideri il lancio di una moneta con  $P(\{\text{testa}\}) = p$ . Dimostrare, utilizzando gli assiomi, che  $P(\{\text{croce}\}) = 1 - p$ .

2. Sia  $W = X + Y$ , dove  $X \sim N(0, 1)$  e  $Y \sim N(0, 1)$ . Si considerino le seguenti alternative per il valore di  $\sigma_{XY} = Cov[X, Y]$ :

1.  $\sigma_{XY} = -0.7$
2.  $\sigma_{XY} = -0.5$
3.  $\sigma_{XY} = 0$
4.  $\sigma_{XY} = 0.5$
5.  $\sigma_{XY} = 0.7$
6.  $\sigma_{XY} = 4$

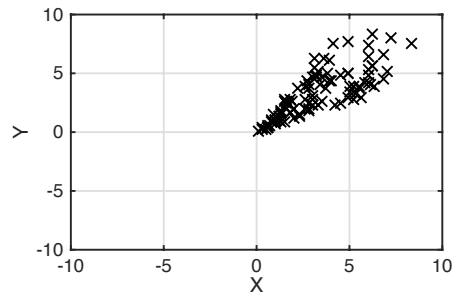
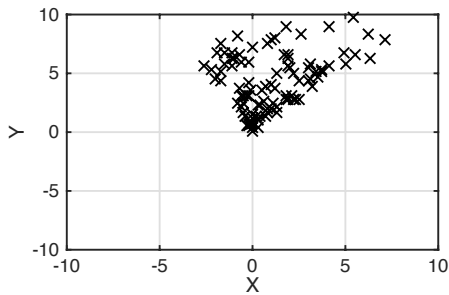
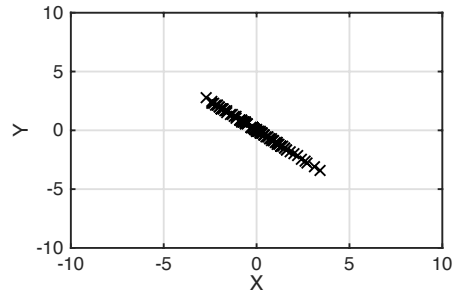
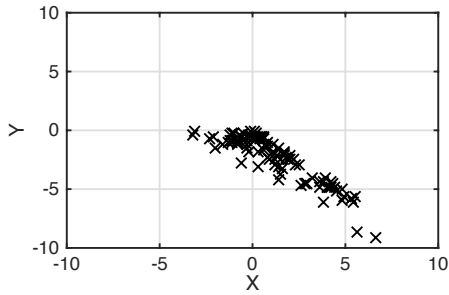
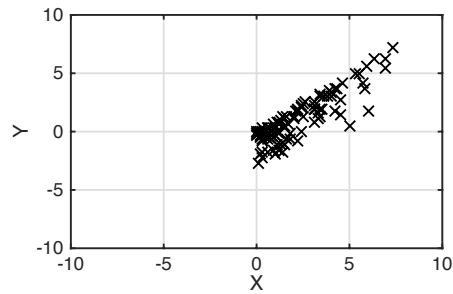
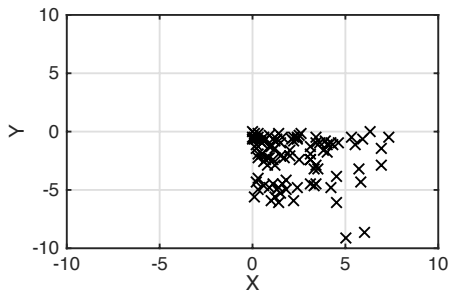
Scrivere sopra i grafici della d.d.p. di  $W$  il numero della scelta corretta.



3. Date due V.C.  $V$  e  $W$  esponenziali indipendenti, con  $E[V] = E[W] = 1$ , si considerino le seguenti alternative per la definizione di  $X$  e  $Y$ :

- |                                 |                                  |                                |
|---------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 1. $X = V + 2W$<br>$Y = 2V + W$ | 2. $X = 2V - W$<br>$Y = 2V + 2W$ | 3. $X = V - W$<br>$Y = -V + W$ |
| 4. $X = 2V$<br>$Y = -2W$        | 5. $X = 2V$<br>$Y = 2V - W$      | 6. $X = -V + 2W$<br>$Y = -2W$  |

Scrivere sopra gli scatter plot il numero della scelta corretta.



4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V      F

(a) Se  $A$  e  $B$  sono eventi disgiunti con  $P(A) \neq 0, P(B) \neq 0$ , allora  $P(A|B) = P(B|A)$ .

(b) La probabilità di dare 9 risposte esatte su 10 domande vero/falso tirando ad indovinare è inferiore a  $10^{-2}$ .

(c) La probabilità di ottenere un successo su  $n$  prove di Bernoulli è  $n$  volte la probabilità che il primo successo si verifichi all' $n$ -esimo tentativo.

(d) Se esiste  $E[X^2]$ , allora esistono anche  $E[X]$  e  $Var[X]$ .

(e) Sia  $X \sim N(m, \sigma^2)$ . Allora  $Y = \exp(X)$  è una V.C. lognormale con  $E[Y] = \exp(m)$ .

(f) Sia  $X$  una V.C. con ddp  $f_X(x) = 3x^2, 0 \leq x \leq 1$ . Allora,  $E[X] = 3/4$ .

(g) Le coordinate  $X$  e  $Y$  di un punto scelto in modo equiprobabile in un quadrato con i lati paralleli agli assi coordinati sono indipendenti se e solo se il quadrato è centrato nell'origine.

(h) Date due V.C. congiunte  $X$  e  $Y$ ,  $P(x_1 < X \leq x_2, y_1 < Y \leq y_2) = F_{XY}(x_2, y_2) - F_{XY}(x_2, y_1) - F_{XY}(x_1, y_2) + F_{XY}(x_1, y_1)$ .

(i) Se  $X$  e  $Y$  sono indipendenti, allora  $V = g(X)$  e  $W = h(Y)$  sono V.C. incorrelate.

(j) Se  $Var[X + Y] = 0$  e  $Var[X] \neq 0$ , allora  $r_{XY} = -1$ .