

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Prof. G. De Nicolao

25 Giugno 2010

Cognome **Nome**.....
Matricola **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Si consideri una coppia di V.C. X e Y .
 - (a) Definire quando le due V.C si dicono indipendenti.
 - (b) Definire quando le due V.C si dicono incorrelate.
 - (c) Dimostrare, riportando i passaggi, che l'indipendenza implica l'incorrelazione.
2. Data una V.C. X , si definisca $Y = e^{-x}$. Ricavare, riportando i passaggi, la d.d.p. di Y .

3. Si considerino i seguenti dati

$$\begin{array}{cccc} x_1 = 0 & x_2 = \pi/2 & x_3 = \pi & x_4 = 3\pi/2 \\ y_1 = 2 & y_2 = 0.3 & y_3 = -3 & y_4 = -0.1 \end{array}$$

Per il modello

$$Y_k = \theta_1 \sin(x_k) + \theta_2 \cos(x_k) + V_k, \text{Var}[V] = \Psi$$

vi sono le seguenti scelte per la matrice Ψ :

- (a) $\Psi = 0.5I$
- (b) $\Psi = 2I$
- (c) $\Psi = \text{diag}\{2, 1, 2, 1\}$
- (d) $\Psi = \text{diag}\{1, 0.5, 1, 0.5\}$

Scrivere accanto alle matrici che forniscono $\text{Var}[\theta^{BLUE}]$ la lettera della corrispondente matrice Ψ .

$$\text{Var}[\theta^{BLUE}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots$$

$$\text{Var}[\theta^{BLUE}] = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix} \quad \dots$$

$$\text{Var}[\theta^{BLUE}] = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad \dots$$

$$\text{Var}[\theta^{BLUE}] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots$$

4. Il seguente codice MATLAB calcola le medie, la matrice di covarianza e il coefficiente di correlazione per le variabili casuali W de H (peso e altezza), rispettivamente. I vettori colonna h e w contengono altezze e pesi di soggetti estratti a caso dalla popolazione. Trovare gli eventuali errori presenti nel codice e correggerli.

```
medie=mean([h; w])

EW=medie(1);

EH=medie(2);

cov_WH=cov([h; w]);

corr_WH=cov_WH(1,2)/(cov_WH(1,1)*cov_WH(2,2));
```

5. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

- (a) Siano date le osservazioni i.i.d. X_i , $i = 1, \dots, n$, $X_i \sim N(m, \sigma^2)$. Allora, S_2 è gaussiano.

☐ ☐

- (b) I momenti campionari sono stimatori non polarizzati e consistenti.

☐ ☐

- (c) L'ampiezza dell'intervallo di confidenza per la media campionaria di osservazioni i.i.d. gaussiane è inversamente proporzionale al numero n di osservazioni.

☐ ☐

- (d) Relativamente alla stima della media di osservazioni i.i.d., l'errore quadratico medio commesso dalla media campionaria pari a σ^2/n .

☐ ☐

- (e) Se $X_i \sim N(0, 1)$, $i = 1, \dots, n$, sono V.C. indipendenti, allora M_2 è distribuito come un χ^2_{n-1} .

☐ ☐

- (f) Il momento centrale del secondo ordine S_2 è polarizzato, asintoticamente non polarizzato, consistente e asintoticamente gaussiano..

☐ ☐

- (g) Se $\Psi = \sigma^2 I$ allora, θ^{LS} coincide con θ^M .

☐ ☐

- (h) Se il numero n di dati è pari al numero q di parametri, la condizione di identificabilità è soddisfatta se e solo se $\det \Phi \neq 0$.

☐ ☐

- (i) Sotto l'Ipotesi I2 la stima BLUE θ^M è un vettore congiuntamente gaussiano.

☐ ☐

- (j) Sotto l'ipotesi I2, quando si identificano modelli gerarchici, risulta che $E[ESSR^V] = \sigma^2(2n + q)$ dove q indica il numero di parametri del modello.

☐ ☐