

Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati A

Prof. G. De Nicolao

30 Gennaio 2017

Cognome **Nome**.....

Matricola **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli addizionali, al termine della prova.

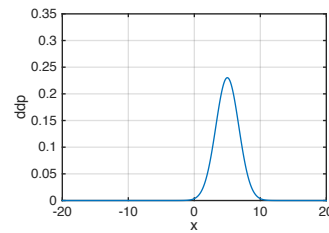
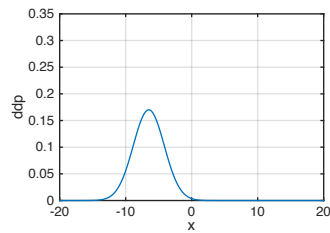
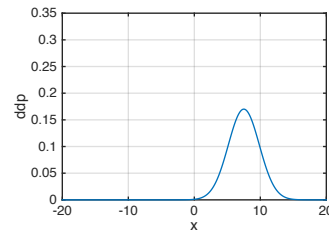
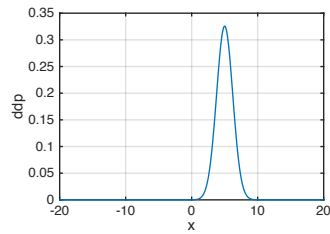
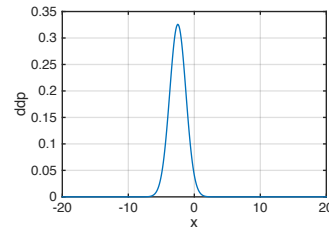
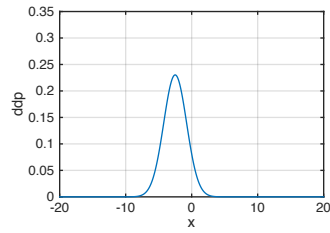
1
2.
3.
4.

1. Si consideri una V.C. X di Bernoulli X , con probabilità di successo p .
- (a) Scrivere l'espressione della ddp $f_X(x)$ e disegnare il relativo grafico.
- (b) Calcolare, riportando i passaggi, $E[X]$, $E[X^2]$, $Var[X]$,
- (c) Si considerino 100 prove di Bernoulli con $p = 0.5$. Essendo K il numero di successi, si definisca $R = K/100$. Calcolare, riportando i passaggi, $E[R]$ e $Var[R]$.
- (d) Calcolare \bar{r} tale che $P(R > \bar{r}) = 0.025$.

2. Siano $V \sim N(5, 4)$ e $W \sim N(0, 1)$ due V.C. indipendenti. Si considerino le seguenti alternative per la definizione di X :

- | | | |
|-----------------------|-------------------------|------------------------|
| 1. $X = V + W$ | 2. $X = 0.5V + 2.5 + W$ | 3. $X = 1.5V + W$ |
| 4. $X = -V + 2.5 - W$ | 5. $X = -0.5V - W$ | 6. $X = -1.5V + 1 - W$ |

Scrivere sopra le ddp $f_X(x)$ plot il numero della scelta corretta.



3. Date due V.C. $V \sim N(0, 1)$ e $W \sim N(0, 1)$ indipendenti, si considerino le seguenti alternative per la definizione di X e Y :

1. $X = 3V$
 $Y = W$

2. $X = V$
 $Y = 3W$

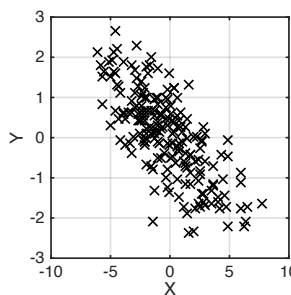
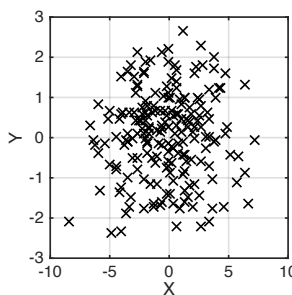
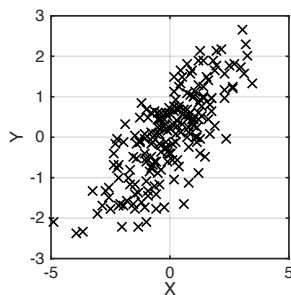
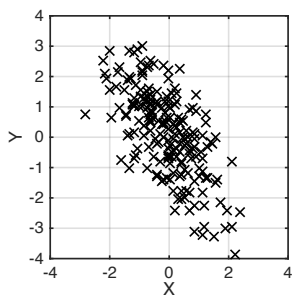
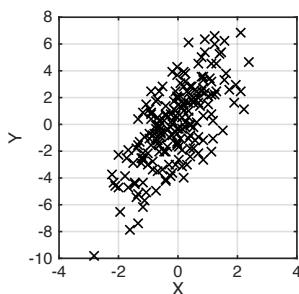
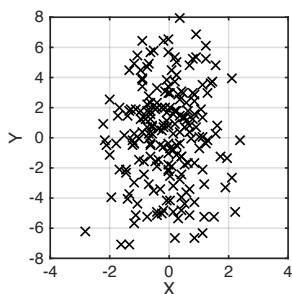
3. $X = V + W$
 $Y = W$

4. $X = V$
 $Y = 2V + 2W$

5. $X = 2V - 2W$
 $Y = W$

6. $X = V$
 $Y = -V + W$

Scrivere sopra gli scatter plot il numero della scelta corretta.



4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V F

(a) In un modello lineare nei parametri, se Φ è quadrata, la condizione di identificabilità è sempre soddisfatta.

(b) Si usano polinomi di ordine k per approssimare dei punti (x_i, y_i) . Allora $k_2 > k_1$ implica $J(\theta_2^{LS}) \leq J(\theta_1^{LS})$, dove J indica la somma dei quadrati dei residui.

(c) Siano $X_i, i = 1, \dots, n$, V.C. i.i.d. gaussiane la cui media viene stimata con la media campionaria. Allora l'ampiezza dell'intervallo di confidenza al 95% decresce come $1/n$.

(d) Per n che tende all'infinito, la ddp della V.C. t di Student a n gradi di libertà converge ad una gaussiana standard.

(e) Per la V.C. χ_n^2 , la convergenza in distribuzione ad una normale al crescere di n è una conseguenza della Legge dei Grandi Numeri.

(f) Il mean square error (MSE) di uno stimatore non polarizzato è sempre minore o uguale a quello di uno stimatore polarizzato.

(g) Due eventi disgiunti sono anche indipendenti, ma non viceversa.

(h) Le coordinate X e Y di un punto scelto in modo equiprobabile in un cerchio centrato nell'origine sono incorrelate ma non indipendenti.

(i) Se $X \sim N(0, 1)$, allora $E[X^2] = 1$.

(j) La probabilità di ottenere due successi su quattro lanci di una moneta onesta è minore di 0.4.