

Identificazione dei modelli e analisi dei dati

Prof. Giuseppe De Nicolao
Dipartimento di Informatica e Sistemistica
Università degli Studi di Pavia
giuseppe.denicolao@unipv.it

Informazioni utili

- ▶ **Orario delle lezioni:**
 - ▶ Lunedì 14-16 + Venerdì 9-11
 - ▶ laboratori (date da decidersi)
- ▶ **Orario di ricevimento:** Venerdì 14:00-16:00 (Ufficio: Dipartimento di Informatica e Sistemistica, piano C, tel. 0382-985484)
- ▶ **Sito web di riferimento:** <http://sisdin.unipv.it>
- ▶ **Modalità dell'esame:**
 - ▶ due prove (gennaio e giugno)
 - ▶ per coloro che non avranno superato *entrambe* le prove: una prova scritta, su tutti gli argomenti del corso.

Libri di testo

Testi consigliati:

- G. De Nicolao, R. Scattolini, “Identificazione Parametrica”
(download dal sito del corso)
- M. Bramanti, “Calcolo delle Probabilità e Statistica”, Esculapio, Bologna

Testi di consultazione:

- A. Papoulis, “Probability, Random Variables and Stochastic Processes”, McGraw-Hill
- S. Bittanti, “Serie Temporali e Processi Casuali”, Pitagora Editrice, Bologna
- S. Bittanti, “Identificazione dei Modelli e Controllo Adattativo”, Pitagora Editrice, Bologna

Modelli

Un modello è una rappresentazione di un oggetto o di un fenomeno che ne riproduce alcune caratteristiche o comportamenti in modo tale che questi aspetti possano essere mostrati, studiati e conosciuti laddove l'oggetto modellizzato non sia accessibile.

(Wikipedia - <http://it.wikipedia.org/>)

Tipi di modelli:

- ▶ Modelli fisici (es. dighe, automobili, aereoplani, edifici, navi ridotti in scala)
- ▶ Modelli “animali” (es. cavie)
- ▶ Modelli matematici: insiemi di relazioni matematiche che descrivono quantitativamente l'interdipendenza tra alcune grandezze di un fenomeno (es. $F=ma$)

Alcuni utilizzi dei modelli:

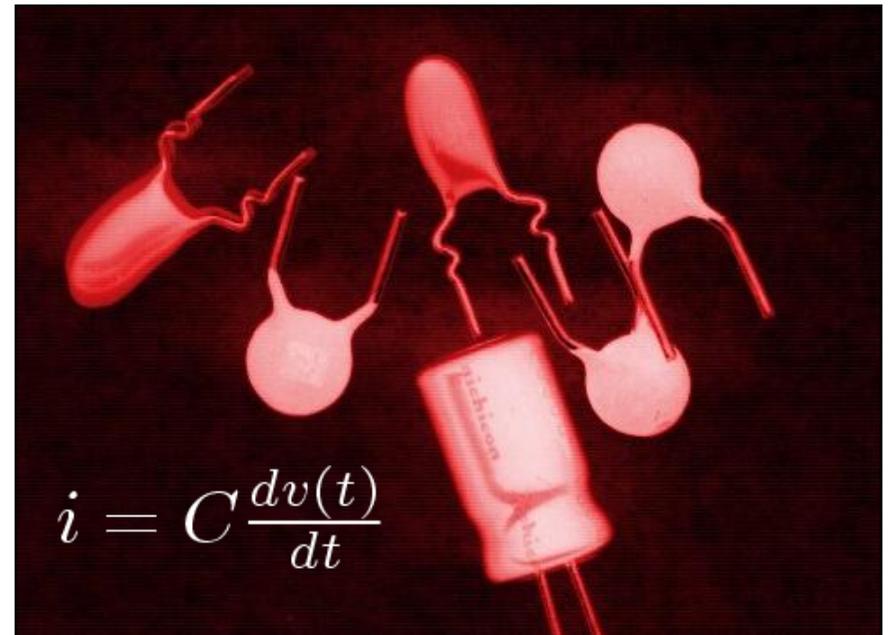
- ▶ Interpretazione del fenomeno
- ▶ Simulazione, previsione, diagnosi, controllo

Modelli matematici

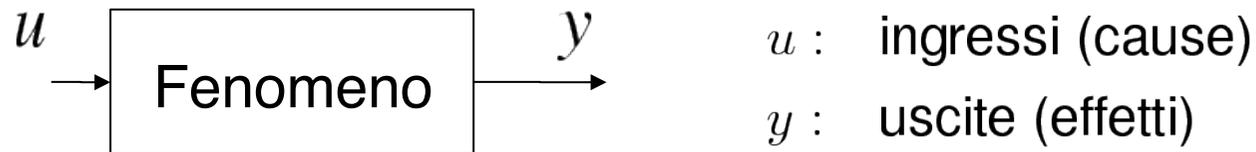
L'ingegneria moderna fa largo uso di modelli matematici

Vantaggi dei modelli matematici

- ▶ **Descrizione sintetica di un fenomeno**
- ▶ Possibilità di simulare il fenomeno su computer
- ▶ Rigore deduttivo della matematica per:
 - ▶ analizzare le proprietà di un modello
 - ▶ fare previsioni
 - ▶ sviluppare metodi per il controllo e la diagnosi



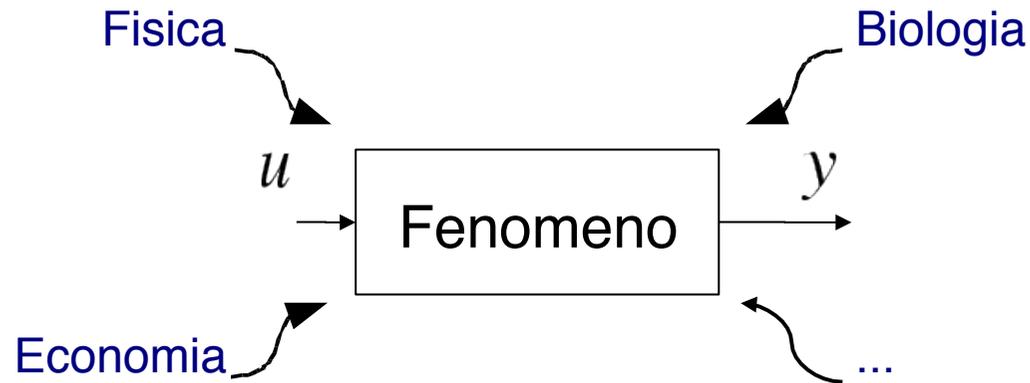
Costruzione di modelli matematici



Approcci per trovare le relazioni matematiche tra cause ed effetti:

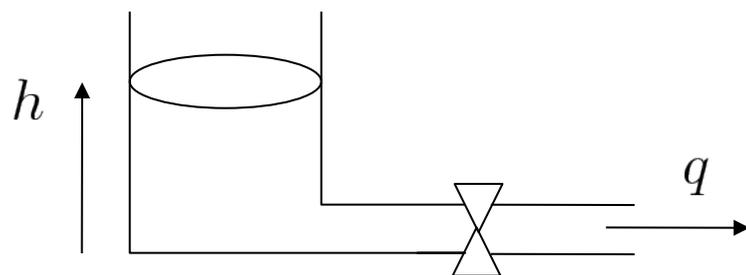
- ▶ “scatola trasparente” (white-box)
 - ▶ si usano leggi costitutive del fenomeno per derivare il modello matematico
- ▶ “scatola nera” (black-box)
 - ▶ si raccolgono delle misure sperimentali delle variabili di ingresso ed uscita e si usano esclusivamente queste per inferire il modello matematico
- ▶ “scatola grigia” (gray-box)
 - ▶ approccio intermedio tra white- e black-box

Approccio white-box



Il fenomeno è scomposto in componenti elementari di cui si conosce il modello matematico

Esempio: serbatoio cilindrico con valvola di efflusso



h : altezza del fluido (causa)
 q : portata uscente (effetto)
 $k > 0$: coeff.caratteristico della valvola
 ~~$A > 0$: area di efflusso della valvola~~

Fluidodinamica: $q = kA\sqrt{h}$

Approccio white-box

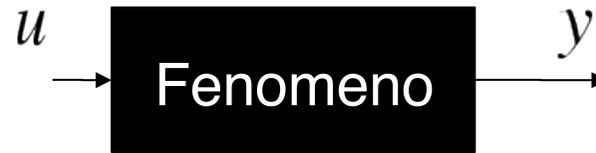
Vantaggi della modellistica white-box:

- ▶ non servono dati sperimentali
- ▶ flessibilità nell'aggiungere nuove componenti

Svantaggi della modellistica white-box:

- ▶ spesso si devono fare delle ipotesi semplificative (nell'esempio: valvola ideale ...)
- ▶ fenomeni complessi: modelli di grandi dimensioni (anche se si vuole descrivere solo un sottoinsieme dei comportamenti)
- ▶ non utilizzabile se non esistono leggi costitutive elementari ! (moltissimi esempi in economia, biologia, ecologia etc ...)

Approccio black-box



Non si conoscono le componenti elementari del fenomeno ma si crea un modello matematico a partire da dati sperimentali

Esempio: serbatoio cilindrico



Dati sperimentali: $(u_1, y_1), (u_2, y_2) \dots (u_N, y_N)$



Algoritmo di identificazione



Modello matematico

Approccio black-box

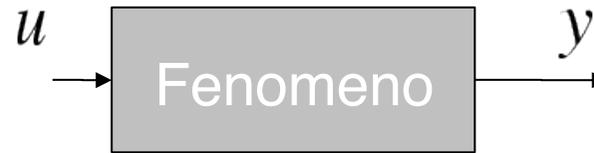
Vantaggi della modellistica black-box:

- ▶ minore necessità di ipotesi semplificative
- ▶ modelli semplici per sottoinsiemi di comportamenti anche se il fenomeno è complesso.
- ▶ utilizzabile se non esistono leggi costitutive elementari !

Svantaggi della modellistica black-box:

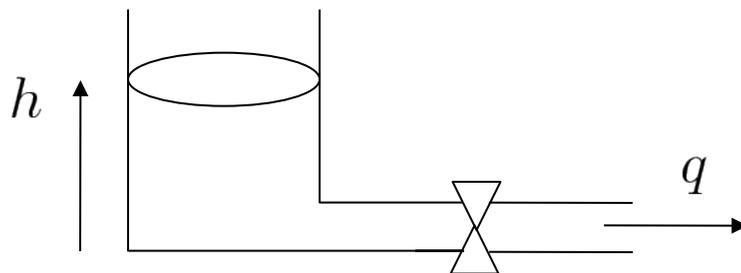
- ▶ bisogna eseguire degli esperimenti sul fenomeno in esame
- ▶ modelli specifici del fenomeno e spesso validi solo intorno al punto di lavoro considerato

Approccio gray-box



Si conosce (almeno parzialmente) la struttura del modello matematico del fenomeno ma non si conoscono i valori dei parametri

Esempio: serbatoio cilindrico



h	: altezza del fluido (causa)
q	: portata uscente (effetto)
$k > 0$: coeff.caratteristico della valvola
$A > 0$: area di efflusso della valvola

Fluidodinamica

$$q = kA\sqrt{h}$$

$(k, A \text{ non noti})$



Dati: $(u_1, y_1), \dots, (u_N, y_N)$

Stima dei parametri

(prodotto kA)



Modello
matematico

Identificazione

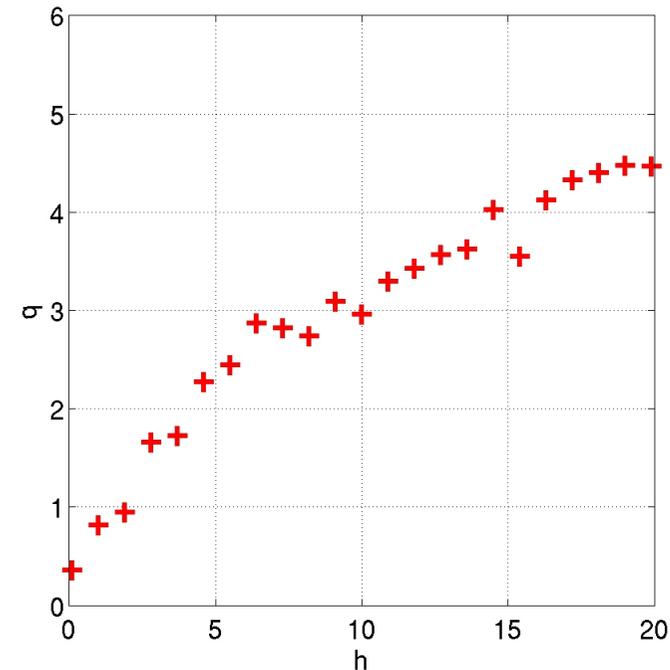
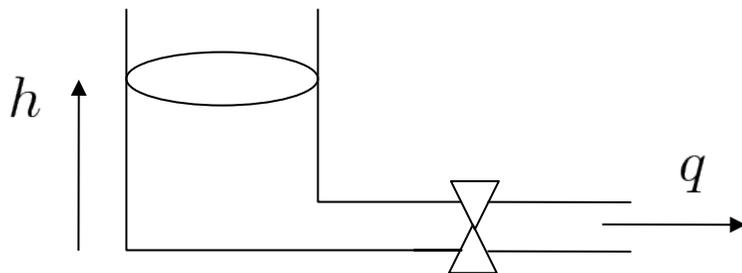
Disciplina che si occupa della costruzione di modelli a partire da dati sperimentali

- ▶ Identificazione di modelli statici (*IMAD I*)
 - ▶ Legame tra le variabili di interesse di tipo algebrico (es: serbatoio)
- ▶ Identificazione di modelli dinamici (*IMAD II*)
 - ▶ L'evoluzione futura delle variabili di interesse dipende anche dall'andamento di alcune variabili nel passato (es: condensatore)

Dati sperimentali affetti da errori

Spesso i dati sperimentali sono affetti da errori casuali

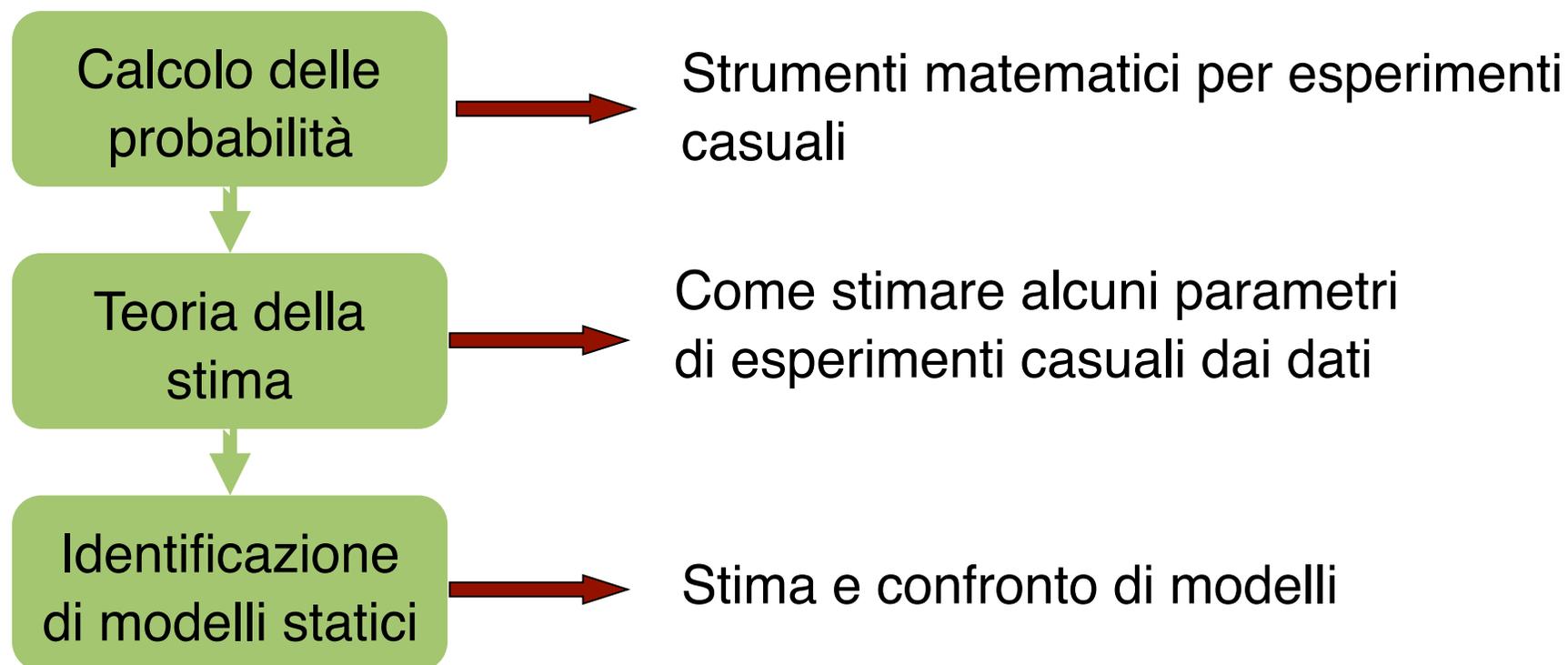
Esempio: serbatoio



Problemi fondamentali:

- ▶ Cosa vuol dire “casuale” ?
- ▶ Come tener conto degli errori nella procedura di identificazione ?
- ▶ Qual è l'affidabilità di modello identificato ?

Impostazione del corso



Per controllare se possedete i prerequisiti necessari di matematica provate a svolgere gli esercizi nel test scaricabile dalla pagina del corso