

# Identificazione dei Modelli e Analisi dei Dati

Prof. G. De Nicolao

II Appello - Luglio 2007

**Cognome** ..... **Nome**.....

**Matricola** ..... **Firma**.....

- Compilare a penna questo foglio all'inizio della prova.
- Durante lo svolgimento della prova, non è consentito l'uso di materiale diverso dai comuni strumenti di calcolo, scrittura e disegno.
- Le risposte devono essere scritte in modo chiaramente leggibile nello spazio immediatamente seguente ogni domanda (se necessario, a seguito di cancellature, passare sul retro).
- Le uniche risposte valide sono quelle riportate nel presente fascicolo, che va consegnato, senza fogli aggiuntivi, al termine della prova.

1.
2.
3.
4.

1. Si consideri una V.C.  $X$ .

- Dimostrare, riportando i passaggi che  $E[aX + b] = aE[X] + b$ .

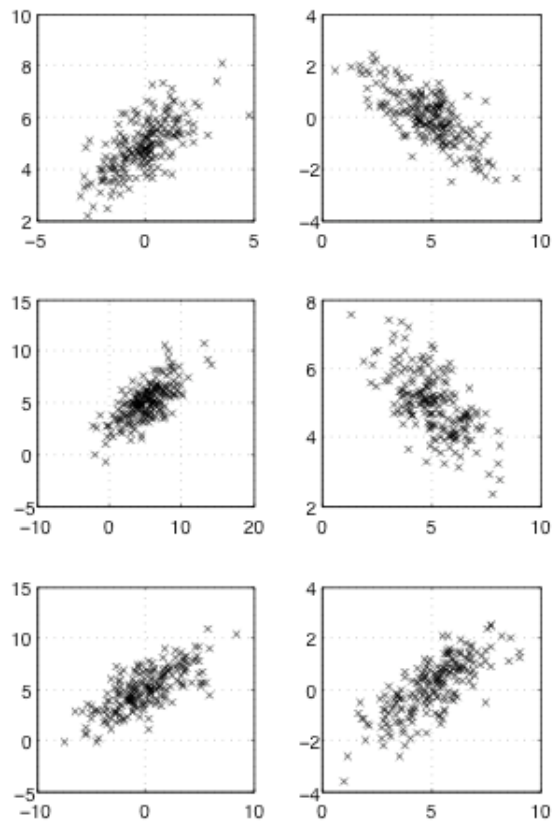
- Dimostrare, riportando i passaggi che  $Var[aX + b] = a^2Var[X]$ .

- Si definisca una nuova V.C.  $Y = \alpha X + \beta$ . Ricavare, riportando i passaggi,  $\alpha$  e  $\beta$  tali che  $E[Y] = 0$  e  $Var[Y] = 1$ .

2. Date due V.C.  $V$  e  $W$  gaussiane standard indipendenti, si considerino le seguenti alternative per la definizione di  $X$  e  $Y$ :

- |                                  |                                |                                      |
|----------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| 1. $X = V + W$<br>$Y = W + 5$    | 2. $X = V + W + 5$<br>$Y = W$  | 3. $X = 2V + 2W + 5$<br>$Y = 2W + 5$ |
| 4. $X = 2V + 2W$<br>$Y = 2W + 5$ | 5. $X = V + W + 5$<br>$Y = -W$ | 6. $X = V + W + 5$<br>$Y = -W + 5$   |

Scrivere sopra gli scatter plot il numero della scelta corretta.



3. Si considerino i seguenti dati

$$\begin{array}{lll} x_1 = -1 & x_2 = 1 & x_3 = 2 \\ y_1 = 2 & y_2 = 0.3 & y_3 = -3 \end{array}$$

Per il modello

$$Y_k = \theta x_k + V_k, \text{Var}[V] = \Psi$$

vi sono le seguenti scelte per la matrice  $\Psi$ :

- (a)  $\Psi = I$
- (b)  $\Psi = 0.5I$
- (c)  $\Psi = \text{diag}\{1, 0.5, 1\}$
- (d)  $\Psi = \text{diag}\{0.5, 1, 0.5\}$

Scrivere accanto ai valori di  $\text{Var}[\theta^{BLUE}]$  la lettera della corrispondente matrice  $\Psi$ .

$$\text{Var}[\theta^{BLUE}] = 0.1429 \quad \dots$$

$$\text{Var}[\theta^{BLUE}] = 0.0909 \quad \dots$$

$$\text{Var}[\theta^{BLUE}] = 0.0833 \quad \dots$$

$$\text{Var}[\theta^{BLUE}] = 0.1667 \quad \dots$$

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (Punteggio: risposta esatta =1, errore=-1, non risponde =0)

V      F

(a) La probabilità dell'intersezione di due eventi indipendenti è sempre uguale a 0.

(b) Si lancino un dado rosso ed un dado verde. Sapendo che la somma è pari a 4, la probabilità che il dado verde sia uguale ad 1 è pari a 1/3.

(c) Si consideri una moneta onesta. La probabilità di ottenere testa al primo lancio seguita da 9 croci è pari a 1/1024.

(d) Per una V.C. di Bernoulli  $X$ , risulta  $E[X] = E[X^2] = p$ .

(e) Se  $X$  è una V.C. binomiale di ordine 2 con  $p = 1/2$ , allora  $Var[X] = 1/4$ .

(f) Sia  $X = aV$ ,  $Y = bW$ . Allora,  $r_{XY} = r_{VW}$ .

(g) Per V.C.  $X_i$ , i.i.d., il momento campionario del secondo ordine  $M_2$  è consistente ed asintoticamente gaussiano.

(h) Per V.C.  $X_i$ , i.i.d., gaussiane, la varianza della media campionaria coincide con la media della varianza campionaria.

(i) Sotto l'ipotesi I2, se  $\sigma^2$  raddoppia, raddoppia anche  $Var[\theta^M]$ , dove  $\theta^M$  indica lo stimatore di Gauss-Markov.

(j) Sotto l'ipotesi I2 con  $\Psi = I$ , si indichino con  $q_i$ ,  $SSR_i$  il numero dei parametri e la somma dei quadrati dei residui dello stimatore LS associato a due modelli gerarchici. Allora  $q_2 > q_1$  implica  $SSR_2 \leq SSR_1$ .