

# Identificazione dei modelli e analisi dei dati

**Prof. Giuseppe De Nicolao**  
***Dipartimento di Informatica e Sistemistica***  
***Università degli Studi di Pavia***  
***giuseppe.denicolao@unipv.it***



# Informazioni utili

- ▶ **Orario delle lezioni:**
    - ▶ Lunedì 11-13 +14-16
    - ▶ 3/4 laboratori ( date da decidersi)
  - ▶ **Orario di ricevimento:** Venerdì 13:45-15-45 (Ufficio: Dipartimento di Informatica e Sistemistica, piano C, tel. 0382-985484)
  - ▶ **Sito web di riferimento:** <http://sisdin.unipv.it/lab/>
    - ▶ Didattica Identificazione di Modelli e Analisi dei Dati - Laurea Triennale
  - ▶ **Modalità dell'esame:**
    - ▶ due prove in itinere (sulla prima e sulla seconda parte del corso).
    - ▶ per coloro che non avranno superato *entrambe* le prove in itinere: una prova scritta, su tutti gli argomenti del corso.
-

# Libri di testo

## ▶ Testi consigliati:

G. De Nicolao, R. Scattolini, “Identificazione Parametrica”, CUSL, 1997

S. Bittanti, “Teoria della predizione e del filtraggio”, Pitagora Editrice, Bologna, 1992

## ▶ Testo di riferimento:

A. Papoulis, “Probability, random variables and stochastic processes”, McGraw-Hill, 1984

---

# Modelli

Un modello è una rappresentazione di un oggetto o di un fenomeno che ne riproduce alcune caratteristiche o comportamenti in modo tale che questi aspetti possano essere mostrati, studiati e conosciuti laddove l'oggetto modellizzato non sia accessibile.

(Wikipedia - <http://it.wikipedia.org/>)

## Tipi di modelli:

- ▶ Modelli fisici (es. dighe, automobili, aereoplani, edifici, navi ridotti in scala)
- ▶ Modelli “animali” (es. cavie)
- ▶ Modelli matematici: insiemi di relazioni matematiche che descrivono quantitativamente l'interdipendenza tra alcune grandezze di un fenomeno (es.  $F=ma$ )

## Alcuni utilizzi dei modelli:

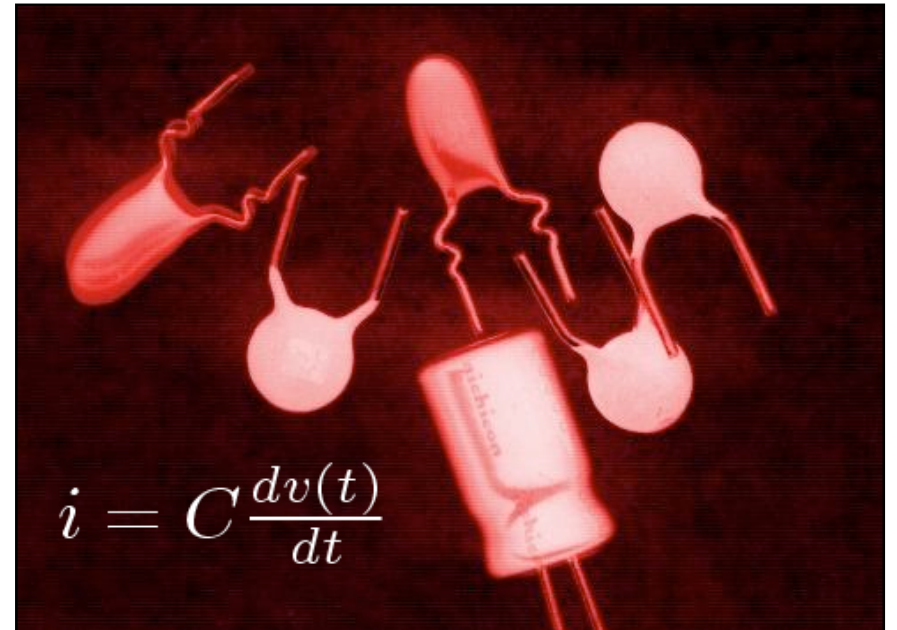
- ▶ Interpretazione del fenomeno
  - ▶ Simulazione, previsione, diagnosi, controllo
-

# Modelli matematici

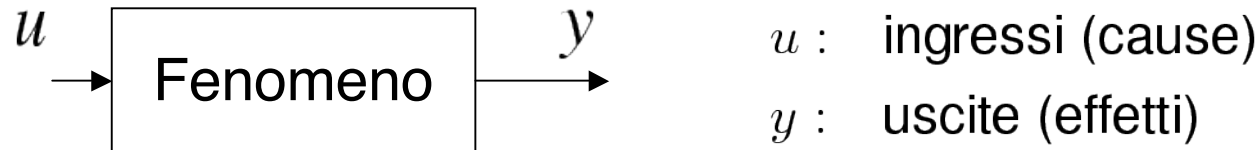
L'ingegneria moderna fa largo uso di modelli matematici

## Vantaggi dei modelli matematici

- ▶ **Descrizione sintetica di un fenomeno**
- ▶ Possibilità di simulare il fenomeno su computer
- ▶ Rigore deduttivo della matematica per:
  - ▶ analizzare le proprietà di un modello
  - ▶ sviluppare metodi per il controllo e la diagnosi



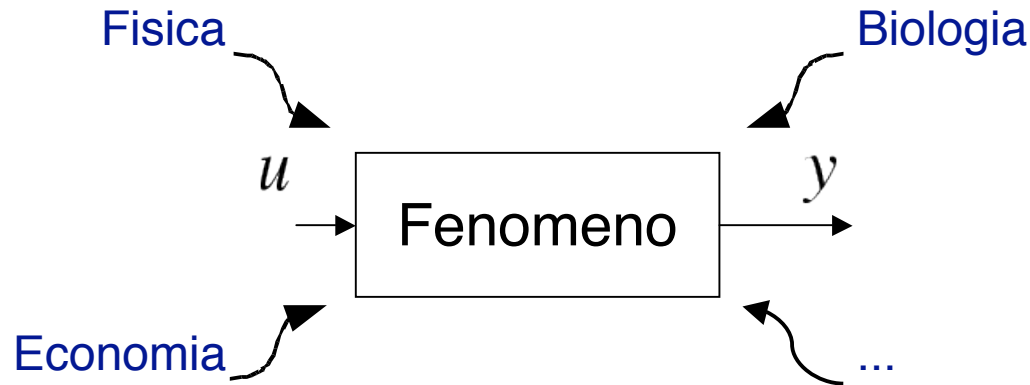
# Costruzione di modelli matematici



## Approcci per trovare le relazioni matematiche tra cause ed effetti:

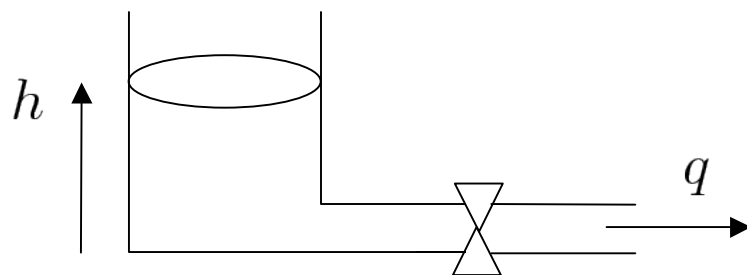
- ▶ “scatola trasparente” (white-box)
  - ▶ si usano leggi costitutive del fenomeno per derivare il modello matematico
- ▶ “scatola nera” (black-box)
  - ▶ si raccolgono delle misure sperimentali delle variabili di ingresso ed uscita e si usano esclusivamente queste per inferire il modello matematico
- ▶ “scatola grigia” (gray-box)
  - ▶ approccio intermedio tra white- e black-box

# Approccio white-box



Il fenomeno è decomposto in componenti elementari di cui si conosce il modello matematico

**Esempio:** serbatoio cilindrico con valvola di efflusso



$h$  : altezza del fluido (causa)  
 $q$  : portata uscente (effetto)  
 $k > 0$  : coeff.caratteristico della valvola  
 $A > 0$  : area di efflusso della valvola

Fluidodinamica:  $q = kA\sqrt{h}$

# Approccio white-box

## Vantaggi della modellistica white-box:

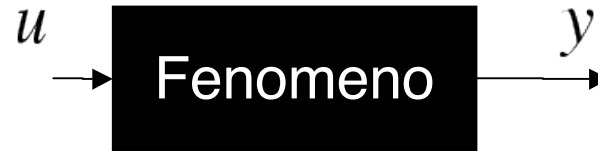
- ▶ non servono dati sperimentali
- ▶ flessibilità nell'aggiungere nuove componenti

## Svantaggi della modellistica white-box:

- ▶ spesso si devono fare delle ipotesi semplificative (nell'esempio: valvola ideale ...)
  - ▶ fenomeni complessi: modelli di grandi dimensioni (anche se si vuole descrivere solo un sottoinsieme dei comportamenti)
  - ▶ non utilizzabile se non esistono leggi costitutive elementari ! (moltissimi esempi in economia, biologia, ecologia etc ...)
-

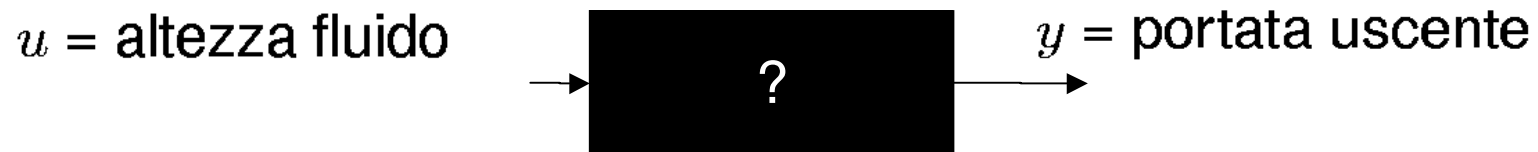


# Approccio black-box



Non si conoscono le componenti elementari del fenomeno ma si crea un modello matematico a partire da dati sperimentali

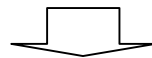
**Esempio:** serbatoio cilindrico



Dati sperimentali:  $(u_1, y_1), (u_2, y_2) \dots (u_N, y_N)$



Algoritmo di identificazione



Modello matematico

# Approccio black-box

## Vantaggi della modellistica black-box:

- ▶ minore necessità di ipotesi semplificative
- ▶ modelli semplici per sottoinsiemi di comportamenti anche se il fenomeno è complesso.
- ▶ utilizzabile se non esistono leggi costitutive elementari !

## Svantaggi della modellistica black-box:

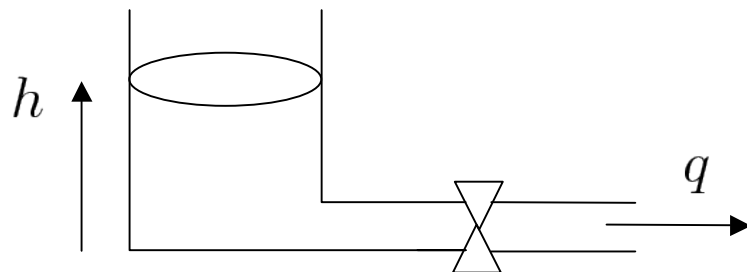
- ▶ bisogna eseguire degli esperimenti sul fenomeno in esame
  - ▶ modelli specifici del fenomeno e spesso non scalabili
-

# Approccio gray-box



Si conosce (almeno parzialmente) la struttura del modello matematico del fenomeno ma non si conoscono i valori dei parametri

**Esempio:** serbatoio cilindrico



- $h$  : altezza del fluido (causa)
- $q$  : portata uscente (effetto)
- $k > 0$  : coeff.caratteristico della valvola
- $A > 0$  : area di efflusso della valvola

**Fluidodinamica**

$$q = kA\sqrt{h}$$

( $k$ ,  $A$  non noti)

Dati:  $(u_1, y_1), \dots, (u_N, y_N)$

**Stima dei parametri**

(prodotto  $kA$ )

**Modello  
matematico**

# Identificazione

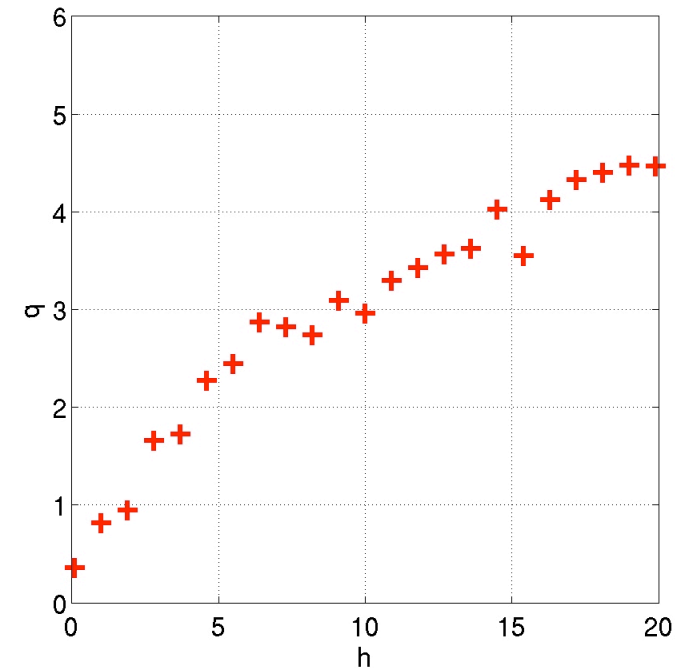
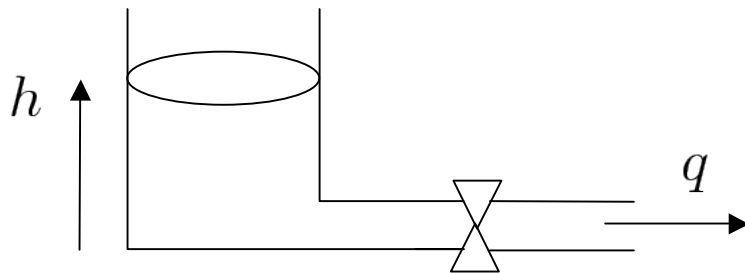
Disciplina che si occupa della costruzione di modelli a partire da dati sperimentali

- ▶ Identificazione di modelli statici (*IMAD – Laurea triennale*)
    - ▶ Legame tra le variabili di interesse di tipo algebrico (es: serbatoio)
  - ▶ Identificazione di modelli dinamici (*IMAD – Laurea specialistica*)
    - ▶ L'evoluzione futura delle variabili di interesse dipende anche dall'andamento di alcune variabili nel passato (es: condensatore)
-

# Dati sperimentali affetti da errori

Spesso i dati sperimentali sono affetti da errori casuali

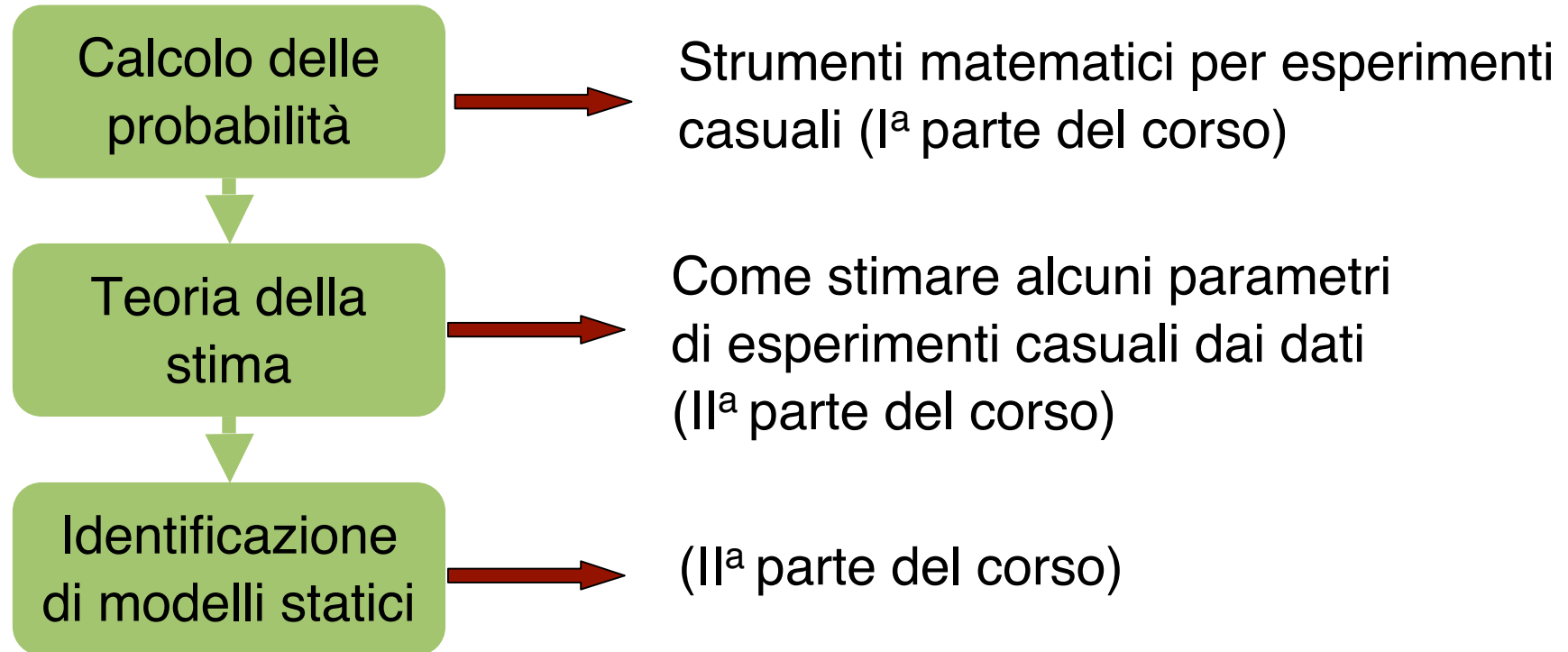
**Esempio:** serbatoio



**Problemi fondamentali:**

- ▶ Cosa vuol dire “casuale” ?
- ▶ Come tener conto degli errori nella procedura di identificazione ?
- ▶ Qual è l'affidabilità di modello identificato ?

# Impostazione del corso



Per controllare se possedete i prerequisiti necessari di matematica provate a svolgere gli esercizi nel test scaricabile dalla pagina del corso