

# CONTROLLI AUTOMATICI - ESERCITAZIONE 3

Prof. Lalo Magni, Prof. Chiara Toffanin

## Abstract

Lo scopo dell'esercitazione è studiare la stabilità del sistema massa-molla lineare e non-lineare sia con il metodo degli autovalori che risolvendo l'equazione di Lyapunov e simulare un sistema non-lineare con una sua approssimazione lineare.

## Sistema massa-molla lineare e non-lineare

### Esercizi con il sistema massa-molla lineare

Dato il sistema massa-molla lineare dell'Esercitazione 1.

1. Studiare la stabilità del sistema con il metodo degli autovalori.
2. Studiare la stabilità del sistema risolvendo l'equazione di Lyapunov.
3. Imporre al sistema un ingresso a scalino di ampiezza  $mu = 3$  per un tempo di 50s e verificare che il valore a regime sia coerente con quello atteso.
4. Imporre al sistema uno smorzamento nullo  $h = 0$  e ripetere i punti precedenti.

### Esercizi con il sistema massa-molla non-lineare

Dato il sistema massa-molla non lineare dell'Esercitazione 2.

1. Creare un modello DEE del sistema non-lineare.
2. Studiare la stabilità del sistema per i seguenti punti di equilibrio  $\bar{x} = [0.5 \ 0]'$   $\bar{x} = [1 \ 0]'$   $\bar{x} = [2 \ 0]'$ . Utilizzare la linearizzazione del sistema attorno al punto di equilibrio.
3. Creare uno schema simulink in cui dato un punto di equilibrio si confronta la risposta allo scalino del sistema linearizzato e del sistema non-lineare. Considerare come stato iniziale  $x(0) = \bar{x}$  e un ingresso a gradino che vale  $\bar{u}$  per 5s e  $1.1\bar{u}$  dopo. Utilizzare i blocchi scope per visualizzare le uscite dei sistemi linearizzato e non-lineare e l'errore tra le due uscite. Tempo di simulazione 50s.
4. Ripetere il punto precedente inserendo un gradino con valore finale  $0.95\bar{u}$ .
5. FACOLTATIVO: sostituire la non linearità esponenziale del sistema massa-molla. Il nuovo sistema massa-molla non-lineare è:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{k}{M}x_1 * x_1 - \frac{h}{M}x_2 + \frac{1}{M}u \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

Ripetere i punti precedenti.

### Riferimenti istruzioni e funzioni Matlab

- `eig(A)`: autovalori della matrice  $A$ ;
- `lyap(A',Q)`: calcola la matrice  $P$  dell'equazione di Lyapunov;
- `trim()`: calcolare un punto di equilibrio dato  $\bar{x}$  e/o  $\bar{u}$  e/o  $\bar{y}$ .
- `linmod()`: linearizza il sistema attorno un punto di equilibrio e ritorna le matrici  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  del sistema linearizzato.