

# Esercizi di Controlli Automatici - Parte II

L. Magni, C. Toffanin

## 1 Esercizio

Si studi la stabilità dei seguenti sistemi retroazionati negativamente con guadagno d'anello  $L(s)$  al variare di  $\rho > 0$  utilizzando il luogo delle radici e il criterio di Nyquist.

$$L(s) = \rho \frac{(s+1)(s+3)}{(s+2)(s^2+1)(s+0.5)(s+5)},$$

$$L(s) = \rho \frac{(s-2)(s+4)}{(s+2.5)(s+1)(s^2+1)(s+0.1)}$$

$$L(s) = \rho \frac{s(s+8)}{(s^2+1)(s+2)^2(s^2+10s+26)}$$

$$L(s) = \rho \frac{(s+2)(s^2+16)}{(s-1)^2(s+8)(s+12)}$$

$$L(s) = \rho \frac{(s+1)^2(s+2)}{s(s+20)(s+16)^2(s^2+4)}$$

$$L(s) = \rho \frac{(s+2)(s^2+9)}{s(s+10)(s+6)(s^2+4s+8)}$$

$$L(s) = \rho \frac{(s^2+1)}{s(s-1)(s+1)^2(s+5)^2}$$

$$L(s) = \rho \frac{(s+1)}{(s+4)^3(s-1)}$$

$$L(s) = \rho \frac{(s^2+9)(s-1)}{s(s^2+1)(s+1)}$$

$$L(s) = \rho \frac{(s-1)(s+2)}{s^2(s^2+9)(s+1)}, L(s) = \rho \frac{(2-s)}{s^2(s+1)}$$

## 2 Esercizio

Dato il sistema LTI descritto dalla funzione di trasferimento ad anello aperto

$$L(s) = \frac{\rho(s^2 + 9)}{s(s + 8)(s + 12)}, \quad \rho > 0$$

Studiare la stabilità del sistema retroazionato con retroazione negativa utilizzando il luogo delle radici e il criterio di Nyquist.

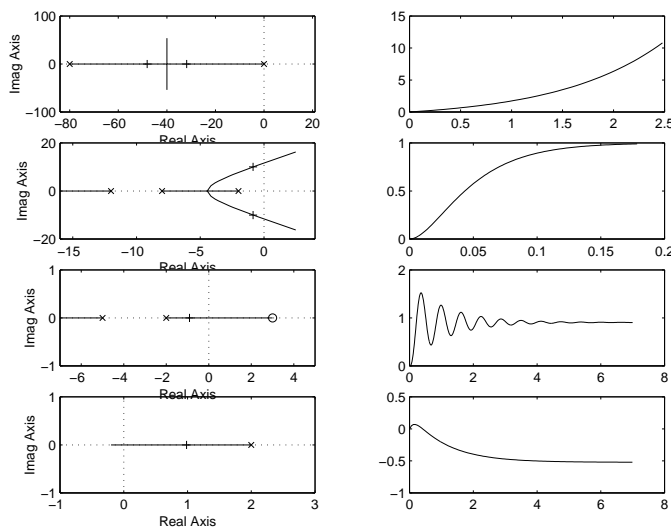
Dire se il sistema può essere stabile con  $\rho < 0$ .

## 3 Esercizio

Associare a ciascuna funzione di trasferimento il corrispondente luogo delle radici e la corrispondente risposta ad anello chiuso (con retroazione negativa unitaria e costante di trasferimento tale da identificare sul luogo delle radici i poli ad anello chiuso indicati con i +)

$$L_1(s) = \frac{\rho}{s(s + 80)}, \quad L_2(s) = \frac{\rho}{(s + 2)(s + 8)(s + 12)}, \quad L_3(s) = \frac{\rho}{(s - 2)}$$

$$L_4(s) = \frac{\rho(s - 3)}{(s + 2)(s + 5)}$$



## 4 Esercizio

Il modello linearizzato (parziale) di un reattore per la polimerizzazione è descritto dalla seguente funzione di trasferimento ingresso/uscita

$$G(s) = \frac{-400}{(s + 12)(s + 10)}$$

Disegnare lo schema a blocchi del sistema di controllo con retroazione unitaria evidenziando la presenza della variabile controllata, della variabile di controllo, dei disturbi sulla variabile controllata ( $d$ ), dell'errore ( $e$ ), e del segnale di riferimento ( $y^0$ ).

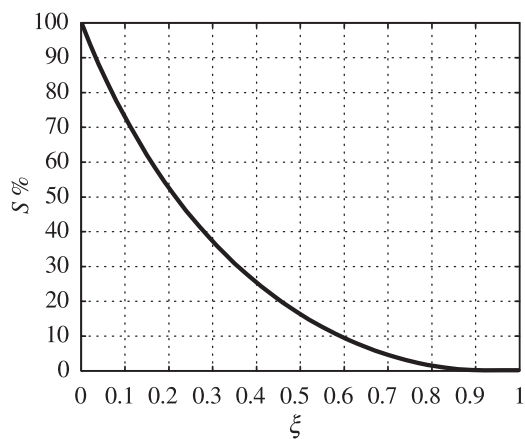
1. Progettare un regolatore PID in modo tale che:
  - (a) L'errore a transitorio esaurito in risposta a un segnale di riferimento a scalino sia nullo
  - (b) Il tempo di assestamento all' 1% della risposta allo scalino sia minore di 0.46.
  - (c) La sovraelongazione della risposta allo scalino sia minore del 5%.
  - (d) Siano attenuati di un fattore 10 i disturbi sulla variabile controllata caratterizzati da pulsazione massima pari a 4 rad/sec.
2. Si scriva la funzione di trasferimento complessiva del PID e per mostrare che le specifiche sono state soddisfatte, si tracci l'andamenti approssimato dei moduli della risposta in frequenza del guadagno d'anello e della funzione di sensitività.

## 5 Esercizio

Data la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{(1 - s)}{(1 + 0.1s)^2}$$

1. Sintetizzare un regolatore PI in modo da garantire un margine di fase maggiore di  $45^\circ$  e una banda passante massima.
2. Valutare il margine di guadagno.



## 6 Esercizio

Si disegni lo schema di realizzazione di un regolatore PID evidenziandone i problemi e gli accorgimenti presi per risolverli.

## 7 Esercizio

Sia

$$G(s) = \frac{1}{s(1 + 10s)}$$

il modello di un motore elettrico.

1. Progettare un regolatore in modo tale che:
  - (a) L'errore a transitorio esaurito in risposta a un segnale di riferimento a scalino sia nullo
  - (b) La sovraelongazione della risposta allo scalino sia minore del 45%.
  - (c) Il tempo di assestamento all'1% della risposta allo scalino sia minore di 10 sec.

## 8 Esercizio

1. Dato il sistema con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{(s + 0.1)(s + 1)}$$

- A) Progettare un regolatore PI in grado di garantire  $\varphi_m \geq 50^\circ$  e la massima velocità di risposta possibile
- B) Valutare il tempo di assestamento della risposta allo scalino del sistema in anello chiuso

## 9 Esercizio

Dato il sistema LTI descritto dalla funzione di trasferimento ad anello aperto

$$L(s) = \frac{\rho(s+2)}{(s-1)(s+6)(s+10)}$$

disegnare il luogo delle radici e determinare l'intervallo di valori  $\rho$  in corrispondenza dei quali si ha stabilità asintotica ad anello chiuso.

## 10 Esercizio

Sia

$$G(s) = \frac{100}{(s+0.1)(s+1)^2}$$

il modello del sistema sotto controllo. Disegnare lo schema a blocchi del sistema di controllo con retroazione unitaria evidenziando la presenza della variabile controllata, della variabile di controllo, dei disturbi sulla variabile controllata ( $d$ ), dell'errore ( $e$ ), e del segnale di riferimento ( $y^0$ ).

1. Progettare un regolatore PI in modo tale che:
  - (a) L'errore a transitorio esaurito in risposta a un segnale di riferimento a scalino sia nullo
  - (b) La sovralongazione della risposta allo scalino sia minore del 45%.
  - (c) Siano attenuati di un fattore 10 i disturbi sulla variabile controllata caratterizzati da pulsazione massima pari a 0.1 rad/sec.
2. Valutare il tempo di assestamento all'1% della risposta allo scalino.

3. Si scriva la funzione di trasferimento complessiva del PI e per mostrare che le specifiche sono state soddisfatte, si tracci l'andamenti approssimato dei moduli della risposta in frequenza del guadagno d'anello e della funzione di sensitività.
4. Si disegni lo schema di realizzazione industriale di un regolatore PI evidenziandone i problemi e gli accorgimenti presi per risolverli.

## 11 Esercizio

Dato il sistema LTI descritto dalla funzione di trasferimento ad anello aperto

$$L(s) = \frac{\rho(s^2 + 16)}{s(s + 4)(s + 6)}, \quad \rho > 0$$

Studiare la stabilità del sistema retroazionato con retroazione negativa utilizzando il luogo delle radici.

Dire se il sistema può essere stabile con  $\rho < 0$ .

## 12 Esercizio

Il livello  $h$  di un serbatoio a pelo libero è regolato agendo sul segnale di comando  $u$  di una pompa. Il legame tra  $u$  e la portata imposta dalla pompa  $w$  è descritto da una funzione di trasferimento del secondo ordine con guadagno  $\mu$  e costanti di tempo  $T_1$  e  $T_2$ . L'incertezza sul funzionamento della pompa può essere modellizzata come un disturbo di portata  $d$  che agisce su  $w$ , per cui la portata di ingresso effettiva al serbatoio è  $q = w + d$ . Il serbatoio ha sezione costante  $S$ . La sua portata di uscita dipende dalla sezione della condotta di uscita  $S_u$  e dalla pressione  $p_u$  all'interno del serbatoio di raccolta, inferiore alla pressione ambientale  $p_a$ .

Il modello del serbatoio è

$$\dot{h}(t) = \frac{1}{S} \left\{ q(t) - S_u \sqrt{2 \left[ gh(t) + \frac{p_a - p_u(t)}{\rho} \right]} \right\}$$

e il valore dei parametri è

$$\mu = 0.005 \text{ m}^3/\text{sV} \quad , \quad T_1 = 0.1\text{s} \quad , \quad T_2 = 2\text{s}$$

$$S = 0.2m^2 \quad , \quad S_u = 8.7 * 10^{-4}m^2 \quad , \quad \rho = 1000Kg/m^3$$

$$g = 9.8m/s^2 \quad , \quad p_a = 10^5Kg/ms^2$$

e il valore nominale del disturbo  $p_u$  è

$$\bar{p}_u = 0.9 * 10^5Kg/ms^2$$

Si risponda quindi alle seguenti domande:

1. Si determini, per  $d = 0$ , l'ingresso costante che garantisce all'equilibrio  $\bar{h} = 0.2m$ .
2. Si verifichi che, in corrispondenza dell'equilibrio trovato, la funzione di trasferimento tra la variazione  $\delta q$  dell'ingresso  $q$  e la variazione  $\delta h$  dell'uscita  $h$  è (salvo approssimazioni)

$$G(s) = \frac{573}{1 + 114s}$$

e la funzione di trasferimento tra la variazione  $\delta p_u$  di  $p_u$  e  $\delta h$  è (salvo approssimazioni)

$$H(s) = \frac{10^{-4}}{1 + 114s}$$

3. Si disegni lo schema a blocchi del sistema (linearizzato) con ingressi  $\delta u$  (variazione di  $u$ ) e  $\delta p_u$  e uscita  $\delta h$ .
4. Supponendo che la portata d'ingresso effettiva sia misurabile, si progetti uno schema di controllo in cascata che garantisca un'attenuazione di almeno  $20dB$  del disturbo  $d$ , il cui spettro ha banda massima  $0.1rad/s$ , su  $q$ .
5. Si progetti un regolatore PI in grado di garantire che la risposta del sistema retroazionato a fronte di uno scalino di ingresso vada a regime in circa  $200s$ .
6. Si scriva la funzione di trasferimento complessiva del PI e si tracci l'andamenti approssimato dei moduli della risposta in frequenza del guadagno d'anello e della funzione di sensitività.

## 13 Esercizio

Dato il sistema LTI descritto dalla funzione di trasferimento ad anello aperto

$$L(s) = \frac{\rho(s-1)}{(s+2)(s+4)(s+9)}$$

disegnare il luogo delle radici e determinare l'intervallo di valori  $\rho$  in corrispondenza dei quali si ha stabilità asintotica ad anello chiuso.

## 14 Esercizio

Dato il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -x(t) - u - \frac{d(t)}{2x(t)} \\ y(t) = x(t) \end{cases}$$

dove  $d$  è un disturbo misurabile,

1. si determini l'ingresso costante  $\bar{u}$  a cui corrisponde lo stato di equilibrio  $\bar{x} = -1$  quando  $\bar{d} = 1$ ;
2. si determini il sistema linearizzato nell'intorno dell'equilibrio trovato e il corrispondente schema a blocchi;
3. si progetti sul sistema linearizzato un regolatore PI stabilizzante che garantisca una banda passante pari a 5 rad/sec;

## 15 Esercizio

Dato il sistema con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{e^{-5s}}{(1+s)(1+0.1s)}$$

1. Si progetti un controllore che garantisca un errore a transitorio esaurito per riferimenti a scalino nullo e un margine di fase di almeno  $60^\circ$ .
2. Si valuti il tempo di assestamento alla risposta allo scalino del sistema così ottenuto



## 16 Esercizio

Dato il sistema con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{(1 - 0.5s)}{(1 + s)(1 + 0.25s)}$$

1. Progettare un regolatore *PI* che garantisca almeno  $\varphi_m \geq 50^\circ$  e la banda passante più larga possibile

## 17 Esercizio

Sia

$$G(s) = \frac{100}{(s + 0.1)(s + 1)}$$

il modello del sistema sotto controllo. Disegnare lo schema a blocchi del sistema di controllo con retroazione unitaria evidenziando la presenza della variabile controllata, della variabile di controllo, dei disturbi sulla variabile controllata ( $d$ ), dell'errore ( $e$ ), e del segnale di riferimento ( $y^0$ ).

1. Progettare un regolatore PI in modo tale che:
  - (a) L'errore a transitorio esaurito in risposta a un segnale di riferimento a scalino sia nullo
  - (b) La sovralongazione della risposta allo scalino sia minore del 45%.
  - (c) Siano attenuati di un fattore 10 i disturbi sulla variabile controllata caratterizzati da pulsazione massima pari a 0.1 rad/sec.
2. Valutare il tempo di assestamento all'1% della risposta allo scalino.
3. Si scriva la funzione di trasferimento complessiva del PI e per mostrare che le specifiche sono state soddisfatte, si tracci l'andamenti approssimato dei moduli della risposta in frequenza del guadagno d'anello e della funzione di sensitività.
4. Si disegni lo schema di realizzazione "industriale" di un regolatore PI evidenziandone i problemi e gli accorgimenti presi per risolverli.

## 18 Esercizio

Si consideri un sistema descritto dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{(1 + s/12)(1 + 0.1s)}$$

Disegnare lo schema a blocchi del sistema di controllo con retroazione unitaria evidenziando la presenza della variabile controllata ( $y$ ), della variabile di controllo ( $u$ ), dei disturbi sulla variabile controllata ( $d$ ), dell'errore ( $e$ ), e del segnale di riferimento ( $y^0$ ).

1. Progettare un regolatore  $PI$  in modo tale che:
  - (a) L'errore a transitorio esaurito in risposta a un segnale di riferimento a scalino sia nullo
  - (b) Il tempo di assestamento all' 1% della risposta allo scalino sia minore di 4.6.
  - (c) La sovraelongazione della risposta allo scalino sia minore del 5%.
  - (d) Siano attenuati di un fattore 10 i disturbi sulla variabile controllata caratterizzati da pulsazione massima pari a 0.2 rad/sec.

## 19 Esercizio

Si consideri un sistema formato da una vasca, una pompa per l'immissione dell'acqua nella vasca e un sensore di livello ad ultrasuoni. Si supponga che la vasca abbia il seguente modello lineare

$$G(s) = \frac{10}{1 + s}$$

e che il modello dinamico della pompa sia dato da

$$A(s) = \frac{1}{1 + 0.01s}$$

e il modello statico del sensore di livello sia dato da

$$T(s) = -10$$

- Si disegni lo schema complessivo del sistema da controllare;
- Si sintetizzi un regolatore  $PI$  tale da garantire un'allargamento di una decade della banda passante del sistema in anello chiuso rispetto a quella del processo sotto controllo.
- Si descriva la realizzazione industriale del  $PI$  evidenziando i problemi che si avrebbero senza introdurre tale schema, si spieghi perché lo schema introdotto risolve tali problemi.

## 20 Esercizio

Si consideri un sistema descritto dalla seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{10}{(1 + 10s)(1 + 5s)(1 + s)}$$

Disegnare lo schema a blocchi del sistema di controllo con retroazione unitaria evidenziando la presenza della variabile controllata ( $y$ ), della variabile di controllo ( $u$ ), dei disturbi sulla variabile controllata ( $d$ ), dell'errore ( $e$ ), del disturbo di misura ( $n$ ) e del segnale di riferimento ( $y^0$ ).

1. Progettare un regolatore in modo tale che:
  - (a) Il modulo dell'errore a transitorio esaurito in risposta a un segnale di riferimento  $y^0(t) = Asca(t)$  e  $d(t) = Bsca(t)$  con  $|A| \leq 1$  e  $|B| \leq 5$  sia nullo.
  - (b) Siano attenuati disturbi  $d$  con  $\omega \leq 0.01$
  - (c) La sovraelongazione della risposta allo scalino sia minore del 40%.
  - (d) Si abbia un tempo di assestamento all'1% minore di 50s.

## 21 Esercizio

Si consideri uno schema di controllo in anello chiuso con retroazione negativa unitaria e guadagno d'anello  $L_i(s)$ . Studiare la stabilità del sistema in anello

chiuso per i seguenti sistemi caratterizzati da un guadagno d'anello pari a:

$$L_1(s) = -\frac{1}{s}$$

$$L_2(s) = \frac{1}{s(1+10s)}$$

$$L_3(s) = \frac{10(1-s)}{s(1+0.1s)}$$

$$L_4(s) = \frac{10(1+s)}{s(1+0.1s)}$$

$$L_5(s) = \frac{1}{s}$$

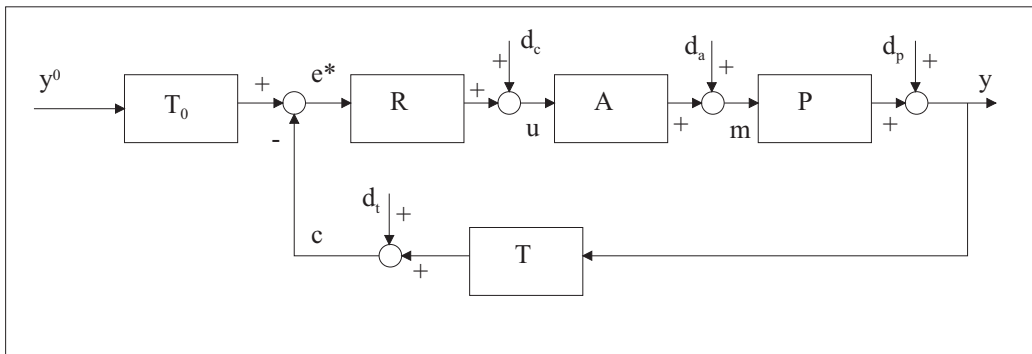
$$L_6(s) = \frac{10}{s(1+100s)^2}$$

$$L_7(s) = \frac{10}{(1+s+s^2)}$$

$$L_8(s) = \frac{1}{(1-s)}$$

## 22 Esercizio

Si consideri lo schema di controllo riportato in Figura



dove

- il processo  $P$  è descritto da una funzione di trasferimento con poli in  $-10$  e  $-6$ , zero in  $-1$  e guadagno statico  $\mu = 20$ ;

- l'attuatore  $A$  è descritto da una funzione di trasferimento con un polo in  $-100$  e guadagno statico  $-0.5$ ;
  - i trasduttori  $T$  e  $T_0$  sono descritti da un guadagno  $1$ ;
  - il segnale di riferimento è  $y^0 = A sca(t)$  con  $|A| < 20$ ;
  - i disturbi sul trasduttore  $d_t$ , sull'attuatore  $d_a$  e sulla variabile di controllo  $d_c$  sono nulli;
  - il disturbo sull'uscita del processo è  $d_p = B sca(t)$  con  $|B| < 0.5$ .
1. Progettare un controllore  $PI$  in modo che il sistema presenti un errore a transitorio esaurito in modulo minore dell'1% del massimo del modulo dell'uscita ideale, una sovraelongazione percentuale massima inferiore al 10% e un tempo di assestamento all'1% minore di 1s.
  2. Verificare se eventuali disturbi  $d_t$  con  $\omega > 50$  sono attenuati, altrimenti modificare i parametri del  $PI$ .
  3. Supponendo che il trasduttore presenti un errore di polarizzazione ( $d_t = C sca(t)$  con  $|C| < 3$ ) è possibile garantire un errore ( $e = T_0 T^{-1} y^0 - y$ ) a transitorio esaurito in modulo minore dell'1% del massimo del modulo dell'uscita ideale? Se sì, con che tipo di regolatore?
  4. A regime, qual'è l'effetto massimo di un disturbo sulla variabile manipolata  $d_a = 3sen(10t)$  sulla variabile d'uscita?
  5. Quanto è il margine di guadagno del sistema?
  6. Si valuti il massimo ritardo ammissibile lungo l'anello affinché il sistema resti asintoticamente stabile.
  7. Progettare un regolatore in modo tale che i requisiti del punto (1) siano soddisfatti e inoltre la funzione di trasferimento tra segnale di riferimento  $y^0$  e uscita  $y$  non abbia zeri con modulo minore di 10.

## 23 Esercizio

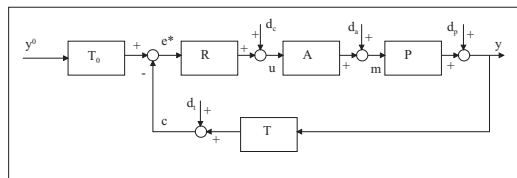
Dato il sistema LTI descritto dalla funzione di trasferimento ad anello aperto

$$L(s) = \frac{\rho}{(s + 3)(s - 1)}$$

1. Si studi la stabilità del sistema retroazionato con retroazione negativa utilizzando il luogo delle radici e il criterio di Nyquist.
2. Si determini il valore di  $\rho$  per cui il sistema in anello chiuso ha due poli coincidenti.

## 24 Esercizio

Si consideri lo schema di controllo riportato in Figura



dove

- il processo  $P$  è descritto da una funzione di trasferimento con poli in  $-1$  e  $-10$ , zero in  $0.1$  e guadagno statico  $\mu = 20$ ;
- l'attuatore  $A$  è descritto da una funzione di trasferimento con un polo in  $-100$  e guadagno statico  $0.5$ ;
- i trasduttori  $T$  e  $T_0$  sono descritti da un guadagno  $1$ ;
- il segnale di riferimento è  $y^0 = A \operatorname{sca}(t)$  con  $|A| < 10$ ;
- il disturbi sul trasduttore  $d_t$ , sull'attuatore  $d_a$  e sulla variabile di controllo  $d_c$  sono nulli;
- il disturbo sull'uscita del processo è  $d_p = B \operatorname{sca}(t)$  con  $|B| < 0.1$ .

1. Progettare un controllore in modo che il sistema presenti un errore a transitorio esaurito nullo, una sovraelongazione percentuale massima inferiore al 10% e il minor tempo di assestamento possibile.
2. Supponendo che il trasduttore presenti un errore di polarizzazione ( $d_t = C \operatorname{sca}(t)$  con  $|C| < 3$ ) è possibile garantire un errore ( $e = T_0 T^{-1} y^0 - y$ ) a transitorio esaurito nullo? Se sì, con che tipo di regolatore?
3. A regime, qual'è l'effetto massimo di un disturbo sulla variabile manipolata  $d_p = 3 \operatorname{sen}(10t)$  sulla variabile d'uscita?
4. Quanto è il margine di guadagno del sistema?
5. Si valuti il massimo ritardo ammissibile lungo l'anello affinché il sistema resti asintoticamente stabile.
6. Quali sono gli zeri della funzione di trasferimento tra segnale di riferimento  $y^0$  e variabile di controllo  $u$ ?